

A contribuição do cisalhamento transversal no comportamento da deformação da fibra úmida

The Contribution of Transverse Shear to Wet Fiber Deformation Behavior

Autores: John F. Waterhouse¹ e Derek H. Page²

Palavras-chave: fibras individuais, cisalhamento transversal, flexibilidade da fibra, conformação da fibra, deformação por flexão, deformação por cisalhamento, anisotropia, rigidez.

RESUMO

A flexibilidade das fibras de polpa celulósica, quando em estado úmido, é considerada de importância para a consolidação da folha de papel. Por isso, ao longo dos anos foram desenvolvidos vários métodos para medição da flexibilidade de fibras úmidas individuais. Em todo esse trabalho de investigação, assumiu-se que a fibra se deforma com flexão pura. Em consequência, sua flexibilidade tem sido expressa como $1/EI$, onde E é o módulo longitudinal da fibra e I é o segundo momento de área da seção transversal. Neste estudo mostramos que tal tratamento é incorreto. Pelo fato de a fibra ser altamente anisotrópica, seu módulo de cisalhamento transversal em estado úmido é ordens de grandeza menor que seu módulo longitudinal, de modo que a deformação por cisalhamento não pode ser negligenciada. A contribuição do cisalhamento é tanto maior quanto me-

Abstract

The flexibility of pulp fibers in their wet state is considered to be important for the consolidation of a paper sheet. Accordingly, over the years, several methods have been developed to measure the flexibility of single wet fibers. In all this work, it has been assumed that fibers deform in pure bending. Thus, fiber flexibility has been expressed as $1/EI$, where E is the longitudinal modulus of the fiber and I is the second moment of area of the cross-section. In the present work we show that this treatment is incorrect. Because the fiber is highly anisotropic, its transverse shear modulus in the wet state is orders of magnitude lower than its longitudinal modulus, so that shear deformation cannot be neglected. The contribution of shear is larger the smaller the test span. It turns out that, for the conditions of previous single fiber experiments, shear deformation is often as important and in some cases more important than bending. In fact, during sheet consolidation, shear is the over-riding mode of deformation. It has been shown in previous work that different methods of measurement give widely different values of flexibility. These discrepancies can now be explained by accounting by the shear distribution which is dependent on the geometry of the method employed.

Keywords: single fibers, transverse shear, fiber flexibility, fiber conformability, bending deformation, shear deformation, anisotropy, stiffness.

nor for a distância (*span*) entre as extremidades de apoio da unidade testada. Resulta que, para as condições dos testes anteriores em fibras isoladas, a deformação por cisalhamento é frequentemente tão importante – e em alguns casos mais importante – que a flexão. De fato, durante a consolidação da folha, cisalhamento é o processo dominante da deformação. Em trabalhos anteriores demonstrou-se que

métodos de medição diferentes fornecem valores de flexibilidade amplamente variados. Agora, estas discrepâncias podem ser explicadas com a inclusão da contribuição do cisalhamento, que é dependente da geometria do método utilizado.

INTRODUÇÃO

A resposta das fibras em estado de inchaço por água às forças de pren-

Referências dos autores:

John F. Waterhouse – 102 Delbank Point, Peachtree City, GA 30269 USA – jmwaterhouse@earthlink.net
Derek H. Page – 6 Apple Hill, Baie D'Urfe, QC, Canada H9X 3G6 – dpage@paprican.ca

sagem e tensão superficial é importante para a consolidação da folha de papel e o desenvolvimento da ligação fibra-fibra. O adensamento de uma folha requer a ondulação das fibras na ação de se acomodarem umas às outras. A necessidade de quantificar este comportamento tem levado a uma variedade de métodos para medição da resposta de fibras individuais solicitadas por forças transversais, como exemplificado nos trabalhos de Samuelson (1963), Tam-Doo e Kerekes (1981), Steadman e Luner (1985) e Kuhn *et al.* (1995). Contudo, ao se analisarem os resultados obtidos, esses autores têm formulado duas hipóteses. Na primeira, as fibras se deformam elasticamente. Depois de removida a carga, assume-se que a deformação retorne a zero. Tal hipótese não será considerada no presente trabalho, embora seja evidente a necessidade de sua análise, visto que a deformação plástica é de todo possível e realmente provável. Na segunda, a deformação da fibra ocorre como flexão pura. Por esta razão, autores anteriores têm expressado seus resultados como flexibilidade da fibra, ou seja, $1/EI$, onde E é o módulo longitudinal e I é o segundo momento de área. Neste trabalho será considerada a segunda hipótese como válida.

Em geral, quando uma viga é fixada rigidamente numa das extremidades e submetida a certa carga transversal na outra, a deformação se origina não apenas da flexão, mas também do cisalhamento transversal. Os dois modos de deformação são mostrados nos diagramas da Figura 1 – (a) e (b). Vale observar que, se na seção transversal for inicialmente sobreposta uma grade retangular, no caso de flexão pura os elementos da grade permanecerão ortogonais, mas no cisalhamento serão deformados para paralelogramos oblíquos. A depender da geometria do sistema e da razão entre o módulo longitudinal da fibra e seu módulo de cisalhamento transversal,

a contribuição do cisalhamento à deformação da fibra pode ir de insignificante a dominante.

Na exposição a seguir, pretendemos demonstrar que em todos os trabalhos anteriores relativos à resposta de uma fibra individual a uma força transversal, o cisalhamento transversal pode ser responsável por parte apreciável da deformação. Nas condições existentes na fase de consolidação da folha durante a fabricação de papel, a contribuição do cisalhamento na de-

formação das fibras se sobrepõe por completo à contribuição da flexão.

MÉTODO

Análise da deflexão da viga sob flexão e cisalhamento

A deflexão de uma viga isotrópica, assumindo flexão pura, é dada pela seguinte equação:

$$\delta_s = \frac{F \times L^3}{3 \times E \times I}$$

onde F é a força de deformação, L

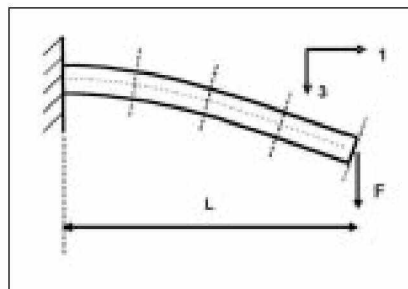


Figura 1a. Uma viga que flexiona sem cisalhar

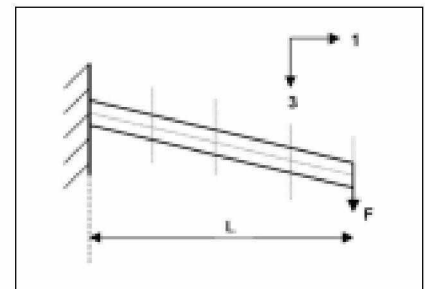


Figura 1b. Uma viga que cisalha sem flexionar

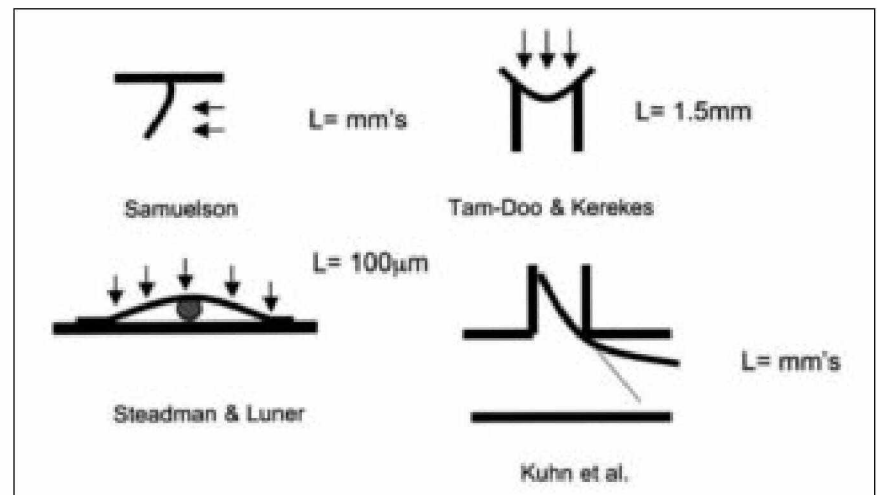


Figura 2. Geometrias para a medição da flexibilidade da fibra e do fator de comprimento L

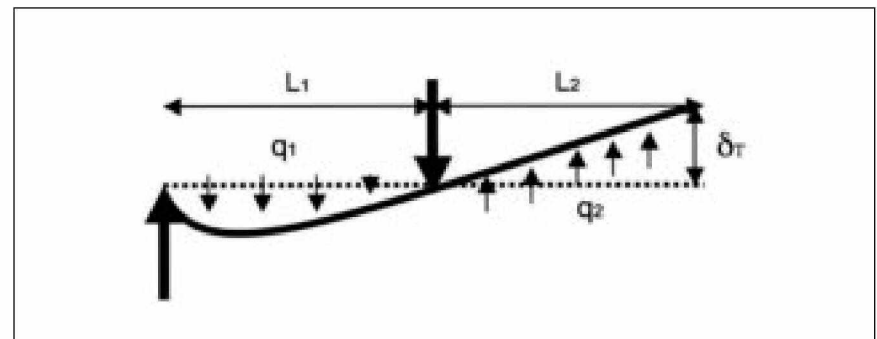


Figura 3. Geometria de Kuhn *et al.* (1995)

é o comprimento da viga, E é o módulo da viga e I é o momento de inércia da viga.

A deflexão da viga, assumindo-se flexão pura, é:

$$\delta_s = \frac{f_s \times F \times L}{G \times A}$$

onde G é o módulo de cisalhamento da viga, A é a área da seção transversal da viga e f_s é um “fator de formato”, como dado por Gere e Timoshenko (1990). Este fator pode ser calculado com precisão tendo-se por base o formato da seção transversal da viga, para tomar em consideração a distribuição das forças de cisalhamento através de sua seção transversal.

Portanto, a razão entre a deformação por cisalhamento e a deformação por flexão, para qualquer circunstância, é:

$$\frac{\delta_s}{\delta_b} = \left(\frac{3 \times f_s \times E \times I}{G \times A \times L^2} \right)$$

Embora esta seja a equação para uma viga isotrópica, é importante lembrar que a fibra úmida está longe de ser isotrópica. Foi demonstrado por Helpin (1984), Whitney (1987) e outros que, ao menos para uma viga simétrica ortotrópica, deformação que inclui cisalhamento pode ser analisada por meio da equação anterior. Contudo, no caso ortotrópico, o módulo isotrópico E é substituído por E_{11} , módulo longitudinal da viga, e o módulo de cisalhamento isotrópico G é substituído pelo módulo transversal da viga G_{13} (onde 1 e 3 referem-se a direções paralela e transversal ao comprimento da viga, como indicado na Figura 1a). Temos, então, para a razão entre deflexão por cisalhamento e deflexão por flexão do cantiléver:

$$\frac{\delta_s}{\delta_b} = 3 \times \left(\frac{f_s \times E_{11} \times I}{G_{13} \times A \times L^2} \right) \quad (1)$$

Por isso, a importância do cisalhamento dependerá da extensão (*span*) entre os apoios da fibra L , da geometria da seção transversal, I/A ,

e da relação entre módulo longitudinal e módulo transversal, E_{11}/G_{13} . Quanto mais curta a extensão (*span*), mais importante será a contribuição do cisalhamento. A deformação por cisalhamento será favorecida sobre a flexão em fibras com elevados segundos momentos de área, como, por exemplo, em fibras de seção transversal cilíndrica. Por fim, quanto mais alta a razão entre módulo longitudinal, E_{11} , e módulo de cisalhamento transversal, G_{13} , maior será a contribuição do cisalhamento.

Conforme trabalho de Ehnrooth e Kolseth (1984), o módulo longitudinal de fibras úmidas de celulose é da ordem de 10 GPa. Infelizmente, não há informações de medições diretas do módulo de cisalhamento transversal a úmido, G_{13} . Contudo, ele pode ser estimado com segurança a partir do módulo transversal, E_{33} , de onde resulta igual a cerca de 3/8 de E_{33} . Scallan e Tigerstrom (1992) mediram E_{33} no estado úmido e o definiram como de aproximadamente 7 MPa. Recentemente, Nilson *et al.* (1991) obtiveram valores de cerca de 13 MPa. Parece, portanto, que no estado úmido a relação entre módulo longitudinal e módulo de cisalhamento é extremamente alta, da ordem de 2.000. Vale a observação de que este alto valor não é surpreendente em vista da conhecida estrutura das fibras da polpa celulósica. As fibrilas de celulose, que são cristalinas, possuem módulo elevado e se distribuem, essencialmente, ao longo do comprimento da fibra; no entanto, os módulos transversais são aqueles de um gel hidratado mole. É este alto valor de E_{11}/G_{13} que induz à conclusão de o cisalhamento ser fator importante na deformação transversal da fibra úmida.

Análise das condições experimentais anteriores

As geometrias de Samuelson (1963), Tam-Doo e Kereker (1981), Steadman e Luner (1985) e Kuhn *et*

al. (1995) para a medição da flexibilidade da fibra são mostradas nas Figuras 2 e 3.

A geometria de Samuelson (1963) é a do cantiléver simples com uma carga uniformemente distribuída semelhante ao caso de uma carga concentrada, que já foi analisada para demonstrar a importância da deformação por cisalhamento. No último caso, a razão entre o cisalhamento e a deflexão por flexão na Equação 1 é controlada pelo fator adimensional entre parênteses. Como resultado, este fator, daqui em diante definido a , (Equação 2) controla a relação entre a deformação por cisalhamento e a deformação total para todas as geometrias consideradas.

$$a = \left(\frac{f_s \times E_{11} \times I}{G_{13} \times A \times L^2} \right) \quad (2)$$

A Tabela 1 exhibe as equações para a relação entre o cisalhamento e a deflexão total em todos os quatro métodos para medição da flexibilidade da fibra e sua dependência do parâmetro a resultante da Equação 2. A equação de Kuhn *et al.* (1995) também tem termos adicionais de modo a tomar em consideração a geometria variável da captura de fibras, ou seja, L_1 , L_2 , e taxas de fluxo q_1 e q_2 (ver Figura 3). Deve ser notado o maior impacto da deformação por cisalhamento na geometria de Tam-Doo, Kerekes (1981) quando comparado a Samuelson (1963), como evidenciado pelo maior fator multiplicador para a .

A geometria de Steadman e Luner (1985) difere das outras três em tanto quanto o fato de a deflexão total ser controlada pelo diâmetro da vareta de vidro sobre a qual a fibra se deforma. Deste modo, a contribuição da deformação por flexão e cisalhamento manifesta ela própria em L a distância de não-contato da fibra, como mostrado na Figura 2. Por isso, na Tabela 1 é mostrada uma equação para a razão entre a distância de não-contato que inclui cisalhamento e flexão L_{b1s} e so-

Tabela 1. Relação entre deflexão por cisalhamento e deflexão total*

Nome	Equação
Samuelson (1963)	$\frac{\delta_s}{\delta_t} = \left(\frac{4 \times a}{1 + 4 \times a} \right)$
Tam-Doo, Kerekes (1981)	$\frac{\delta_s}{\delta_t} = \left(\frac{9,6 \times a}{1 + 9,6 \times a} \right)$
Kuhn et al. (1996)*	$\frac{\delta_s}{\delta_{tot}} = \frac{4 \times a_2 \times (1 + \frac{L_2}{L_1})}{[1 + 4 \times a_2 + \frac{4}{3} \times (\frac{L_2}{L_1}) + (\frac{9}{4}) \times (\frac{L_2}{L_1})^2] \times (\frac{1}{3} \times (\frac{L_2}{L_1})^3 + 4 \times a_2 \times (\frac{L_2}{L_1})]}$
Steadman, Luner (1985)	$\frac{L_{col}}{L_s} = 0,3433 \times \left[\frac{(a + 1/2)}{(a + 1/3)^2 - 1/2 \times (a + 1/2) \times (a + 5/12)} \right]^{1/4}$

* Ver Figuras 2 e 3 para detalhes da geometria.

Tabela 2. Percentual calculado da deformação total atribuível ao cisalhamento, assumindo-se $E_{II}/G_{I3} = 2.000$; $f_s = 2$ para fibra não-colapsada e 1, 2 para fibra colapsada.

CONDIÇÃO	FIBRA NÃO-COLAPSADA 40 μ de diâmetro; 2,5 μ de espessura da parede celular	FIBRA COLAPSADA 56 μ de largura; 2,5 μ de espessura da parede celular
Samuelson (1963)	26,2	0,22
Tam-Doo, Kerekes (1981)	76,2	1,96
Steadman, Luner (1985) L = 100 μ m	89,6	66,9
Kuhn et al. (1996) L/L ₂ = 0,5; q ₁ /q ₂ = 0,4	45,4	0,44
Papel Real L = 35 μ m	93,9	79,5

Tabela 3. Comparação das medições de Steadman, Luner (1985) e Kuhn et al. (1996) com as medições obtidas pela utilização da técnica de Tam-Doo, Kerekes (1981)

AUTOR	FIBRA	(1/EI) N ^o m ² medido	(1/EI) N ^o m ² TD&K medido	(1/EI) Razão	(1/EI) Razão prevista E/G=2.000
Steadman, Luner (1985)	Abeto negro (Picea mariana)	4,5 x 10 ¹¹	0,67 x 10 ¹¹	6,72	3,85 (Colapsada)
	Pinheiro (Parachloca disticha)	17 x 10 ¹¹	2,6 x 10 ¹¹	6,54	
Kuhn et al. (1996)	Abeto negro (não refinado)	1,81 x 10 ¹¹	3,66 x 10 ¹¹	0,495	0,356 (Não-colapsada)
	Abeto negro (refinado)	2,98 x 10 ¹¹	4,58 x 10 ¹¹	0,651	

mente a distância de não-contato para flexão L_b , novamente nos termos do parâmetro a dado pela Equação 2. Pode ser demonstrado que, com o crescimento de a , ou seja, com a maior importância da deformação por cisalhamento, a razão $L_{b,s}/L_b$ diminui.

RESULTADOS

Contribuição do cisalhamento em trabalhos anteriores

Com formulação de hipóteses razoáveis quanto à geometria das fibras, calculamos, como mostrado na Tabela

2, o percentual da deformação total atribuível ao cisalhamento para ambos os tipos de fibras – não-colapsadas e colapsadas –, assumindo-se uma relação $E_{II}/G_{I3} = 2.000$. O fator formato para uma fibra cilíndrica de parede fina não-colapsada é de $f_s = 2$ e, para uma fibra colapsada supostamente com seção transversal retangular, $f_s = 1,2$.

Estes cálculos mostram que, desde que as fibras sejam não-colapsadas, a deformação por cisalhamento responde por uma parte substancial da deformação total nas experiências de todos



LEMBRE-SE!
SE CADA UM
FIZER O
SEU PAPEL
2006 SERÁ UM
ANO MELHOR
PARA TODOS

Looking

Nossa tecnologia. Seu máximo desempenho.



Rua Um. 900 - Distr. Industrial João Navezzi
Indaiatuba - SP - CEP: 13347-402
Fone/Fax: (19) 3935-8840
looking@looking.com.br | www.looking.com.br

os pesquisadores anteriores. Isto não é de surpreender se considerado o grande momento de inércia e, portanto, rigidez à flexão, de um tubo oco não colapsado. Desde Samuelson (1963), Tam-Doo e Kerekes (1981) e Kuhn *et al.* (1995), todos optaram por usar polpas em suspensão aquosa que estariam na condição não-colapsada, e sua atribuição de deformação por flexão está incorreta.

As fibras de Steadman e Luner (1985) estão, provavelmente, colapsadas, pois durante a preparação foram submetidas a uma pressão convencional em prensagem úmida. Aqui, contudo, a distância entre apoios (*span*) foi curta (da ordem de 100 μm). Como visto na Tabela 2, mesmo para fibras colapsadas, nesse caso o cisalhamento representa a maior parte da deformação. Mais uma vez, a atribuição da deformação à flexão é incorreta.

Finalmente, se considerarmos a deformação das fibras durante consolidação do papel, onde distâncias entre apoios são da ordem da largura de uma fibra, o cisalhamento é a condição dominante da deformação, estejam as fibras colapsadas ou não.

Comparação de métodos diferentes aplicados na mesma polpa

Autores anteriores têm admitido que, para a rigidez à flexão, métodos diferentes utilizados com a mesma polpa têm produzido resultados muito diversos. Tanto Steadman e Luner (1985) como Kuhn *et al.* (1995) compararam resultados com o método de Tam-Doo e Kerekes (1981). O método de Steadman e Luner forneceu valores substancialmente mais altos, enquanto o método de Kuhn *et al.* produziu valores mais baixos, como é mostrado na penúltima coluna da Tabela 3. Não foi apresentado nenhum motivo para esta discrepância, mas, agora, a explicação está clara. A contribuição do cisalhamento é diferente segundo os vários métodos. Na última coluna da Tabela 3, calculamos a ra-

zão dos diversos métodos, pressupondo uma contribuição do cisalhamento. Embora as razões dos diversos métodos não sejam preditas com propriedade, presumivelmente devido a inexactidões nos parâmetros escolhidos, a orientação geral está correta.

CONCLUSÃO

Trabalhos anteriores atribuíram a deformação de fibras úmidas de celulose sob “forças de flexão” exclusivamente à flexão. Os resultados são expressados como “rigidez à flexão (EI)”. Isso, no entanto, não é correto. Examinamos a contribuição do cisalhamento transversal no comportamento da deformação da fibra que resulta de alguns dos métodos para medição da flexibilidade da fibra publicados anteriormente. Constatamos que o cisalhamento pode variar de insignificante a preponderante, segundo o estado de colapso das fibras e a distância entre apoios (*span*) adotada para a medição. O cálculo da rigidez à flexão, ou flexibilidade, com base nos dados da deformação, está errada, pois ignora a extensão da desconhecida contribuição do cisalhamento.

Em conseqüência desta nova descoberta, nem mesmo dois entre os métodos existentes para a determinação da “rigidez à flexão” estarão em concordância. Os valores relativos obtidos dependerão da distância entre apoios (*span*) do teste e do estado de colapso. Isso explica as discrepâncias encontradas na literatura entre medições que utilizam métodos diferentes com a mesma polpa.

Uma segunda e mais importante conseqüência: devido ao fato de, na prensagem úmida do papel, ser pequeno o *span* sobre o qual cada fibra é deformada, a deformação é quase exclusivamente decorrente do cisalhamento. Em conseqüência, nenhum dos métodos existentes para a medição da flexibilidade da fibra úmida pode ter qualquer aplicação quanto à deformação da fibra e à consolidação da folha durante a fabricação do papel.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- EHRNROOTH, E.M.L. and KOLSETH, P. (1984): The tensile testing of single wood pulp fibers in air and water, *Wood Fiber Sci.* 16(4):549-566.
- GERE, J.M. and TIMOSHENKO S.P. (1990): *Mechanics of Materials Third Edition*, PWS-KENT Publishing Company, Boston.
- HALPIN, J.C. (1984): *Primer on composite materials: Analysis*, Technomic Publishing Company.
- KUHN, D.C.S., Lu, X., OLSON, J.A., and ROBERTSON, A.G. (1995): A dynamic wet fibre flexibility measurement device, *J.Pulp Paper Sci.* 21(10):J337-J342.
- NILSSON, B., WAGBERG, L. and GRAY, D. (2001): Conformability of wet pulp fibres at small length scales, *Trans. Twelfth Fund. Res. Symp., Oxford Vol. 1* 211-224.
- SAMUELSON, L.G. SVENSK PAPPERSTID. (1963): Measurement of the stiffness of fibers, 66(8):541.
- SCALLAN, A.M. and TIGERSTROM, A.C. (1992): Swelling and elasticity of the cell walls of pulp fibres, *J.Pulp Paper Sci.* 18(5): J188-J193.
- STEADMAN, R. and Luner, P. (1985): The effect of wet fibre flexibility on sheet apparent density” *Papermaking Raw Materials*, *Trans. Eighth Fund. Res. Symp., Oxford Vol. 1*, 311-337.
- TAM DOO, P.A. and KEREKES, R.J. (1981): A method to measure wet fibre flexibility, *Tappi* (64):3 113-116.
- WHITNEY, J.M. (1987) *Structural Analysis of Laminated Anisotropic Plates*, Technomic Pub. Co. May. 🌲
-
- Nota:** Este trabalho tem por base uma contribuição feita ao *International Progress in Paper Physics Meeting*, Finger Lake, Nova York – Setembro 2002. Derivação das equações resumidas da Tabela 1 podem ser solicitadas por e-mail ao primeiro autor - jmwaterhouse@earthlink.net