Controle Estatístico de Processo na Máquina de Papel

Statistical Process Control in Paper Machine

Autor: Alberto W. Ramos*

Palavras-chave: máquina de papel, controle estatístico de processo, gráfico 3-D

RESUMO

Este artigo apresenta um gráfico de controle especial para processos contínuos, tal como ocorre na máquina de papel. Certos aspectos únicos deste tipo de processo fazem que os gráficos de controle tradicionais sejam inadequados, introduzindo falsos alarmes e a busca de problemas inexistentes.

Abstract

This paper presents a special statistical process control (SPC) chart suitable for continuous processes like the paper machine in the PPI. Certain aspects that are unique to this kind of process make conventional SPC charts inadequate and misleading, causing false alarms and search of inexistent problems.

Keywords: *paper machine, statistical process control, 3-D control chart*

INTRODUÇÃO

Diversas tentativas de implantação do Controle Estatístico de Processo (CEP) na indústria de papel têm fracassado. Várias são as razões alegadas para isso, mas a principal é a falta de conhecimento de certos gráficos de controle, chamados "especiais", que se destinam ao controle de processos contínuos, como o caso da máquina de papel.

Esses gráficos são exceções em relação aos gráficos de controle convencionais e, portanto, é importante entender por que razões devem ser adotados e como elaborá-los.

Este artigo procura introduzir o gráfico de controle chamado 3-D, pois monitora simultaneamente três características do processo. Ao final, apresenta-se um exemplo comparativo entre este e um gráfico tradicional.

GRÁFICOS DE CONTROLE CONVENCIONAIS

Os gráficos de controle, desenvolvidos por Shewhart (1931), admitem que uma observação qualquer de uma característica X (x_t) obtida de um processo estatisticamente estável (com média μ e desvio-padrão σ constantes) pode ser adequadamente representada através do modelo matemático:

$$x_t = \mu + \varepsilon_t \qquad (1)$$

onde ε_t é o erro amostral, suposto distribuído **normal e independentemente** com média 0 e desvio-padrão constante.

Shewhart adotou, então, o critério de que uma estatística qualquer (W) calculada a partir dessas observações, independentemente de sua distribuição amostral de probabilidade, terá como limites de controle:

$$\begin{aligned} LSC_W &= \mu(W) + 3.\sigma(W) \\ LM_W &= \mu(W) \\ LIC_W &= \mu(W) - 3.\sigma(W) \end{aligned} \qquad (2)$$

Pelo fato de que as médias amostrais tendem a ter distribuição normal, por força do Teorema do Limite Central, e, também, em virtude da variância das médias ser menor do que a variância do processo (ou valores individuais), é de praxe adotarem-se gráficos do tipo média (x-barra) e amplitude (R). Esses são de uso mais freqüente em todo tipo de indústria, não sendo exceção a de papel.

Os limites de controle para o gráfico da média são:

$$\begin{aligned} LSC_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} + A_2.\bar{R} \\ LM_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} \\ LIC_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} - A_2.\bar{R} \end{aligned} \qquad (3)$$

onde x-duas barra é a média geral das k amostras obtidas, A_2 é definido como:

Referências dos autor:
* Departamento de Engenharia de Produção - Epusp (São Paulo, Brasil).

$$A_2 = \frac{3}{d_2.\sqrt{n}} \qquad (4)$$

com d_2 sendo um fator de correção do viés (ou vício) introduzido pela substituição de σ por R-barra. na fórmula (veja o Anexo A), e R-barra é a amplitude média definida como:

$$\overline{R} = \frac{\sum R_i}{k} \qquad (5)$$

Este gráfico (x-barra) é utilizado conjuntamente com o gráfico da amplitude (R), que possui como limites de controle:

$$LSC_R = D_4.\overline{R}$$

$$LM_R = \overline{R} \qquad (6)$$

$$LIC_R = D_3.\overline{R}$$

onde D_3 e D_4 também são fatores de correção, função do tamanho da amostra (n), fornecidos no Anexo A. Maiores detalhes sobre esses fatores de correção podem ser obtidos em Montgomery (1996).

Alguns comentários importantes seguem:

a) os gráficos de controle são robustos quanto a desvios da normalidade nos dados, conforme demonstraram Burr (1967) e Schilling; Nelson (1976), ou seja, mesmo quando um processo gera dados cuja distribuição não possa ser admitida como normal, ainda assim os gráficos de controle funcionarão a contento.

b) quando não há independência estatística entre os dados (presença de correlação serial ou autocorrelação), o modelo proposto por Shewhart é inadequado e pode conduzir a erros na interpretação da estabilidade estatística do processo. Em outras palavras, há uma geração excessiva de falsos alarmes, ou seja, diversos pontos cairão fora dos limites de controle, indicando a presença de uma causa especial de variação que, em realidade, não existe;

c) o gráfico de controle, que monitora a posição do processo, emprega a variação dentro da amostra para fixar a distância dos seus limites de controle em relação à média geral. Intrinsecamente, admite-se que a variação representada por R-barra, na fórmula (4) é adequada para definir a quantidade de variação permitida para as médias amostrais. Percebe-se que a distância dos limites de controle à linha média, no gráfico x-barra, é função de R-barra e, também, do fator A_2, que, por sua vez, depende do tamanho da amostra n.

ESTUDO DE UM CASO CURIOSO

Em uma máquina de papel, ao término de cada bobina (jumbo roll) retiram-se cinco corpos de prova na direção transversal à máquina. Esses são enviados ao laboratório que determina a sua gramatura. Os resultados de 25 bobinas consecutivas encontram-se na Tabela 1.

Pela forma com que os dados estão apresentados e levando-se em consideração o uso habitual de gráficos para a média e amplitude (x-barra e R), a tendência natural seria chamar cada bobina de amostra e, conseqüentemente, passar-se-ia a calcular a média (x-barra) e a amplitude (R) por bobina.

Como média geral (x-duas barras) e amplitude média (R-barra), obtêm-se os seguintes valores:

$$\overline{\overline{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{25} \overline{x}_i}{25} = 74,9$$

$$\overline{R} = \frac{\sum_{i=1}^{25} R_i}{25} = 3,09$$

Tabela 1: Dados de Bobinas

Bobina	Valores					Média	Amplitude
1	73,9	74,6	76,4	75,8	73,3	74,8	3,1
2	73,0	75,0	76,8	75,3	73,0	74,6	3,8
3	74,1	74,5	75,4	74,5	73,3	74,4	2,1
4	74,6	74,4	76,0	76,0	73,9	75,0	2,1
5	74,1	75,6	75,6	75,8	73,5	74,9	2,3
6	73,7	75,1	77,0	75,3	73,4	74,9	3,6
7	74,1	74,9	76,1	75,6	73,8	74,9	2,3
8	74,0	74,9	76,2	76,5	73,2	75,0	3,3
9	74,2	75,4	77,4	75,3	73,2	75,1	4,2
10	74,1	74,7	75,7	75,7	73,5	74,7	2,2
11	74,2	75,9	75,8	75,4	73,2	74,9	2,7
12	73,7	75,6	76,5	76,1	74,2	75,2	2,8
13	73,2	75,6	75,7	76,7	73,0	74,8	3,7
14	73,3	76,1	75,9	76,0	73,3	74,9	2,8
15	74,3	75,0	77,0	76,2	73,8	75,3	3,2
16	73,8	74,8	76,3	75,6	73,7	74,8	2,6
17	74,3	74,7	75,4	75,7	72,9	74,6	2,8
18	74,2	74,9	76,5	75,7	72,9	74,8	3,6
19	72,9	74,6	75,6	76,6	73,3	74,6	3,7
20	74,8	75,1	75,7	75,9	73,0	74,9	2,9
21	74,1	74,6	76,3	76,3	73,5	75,0	2,8
22	73,7	74,7	75,3	76,6	73,2	74,7	3,4
23	74,2	75,7	75,2	76,5	73,5	75,0	3,0
24	73,5	75,7	76,3	76,5	72,7	74,9	3,8
25	73,3	74,3	77,1	75,5	72,9	74,6	4,2

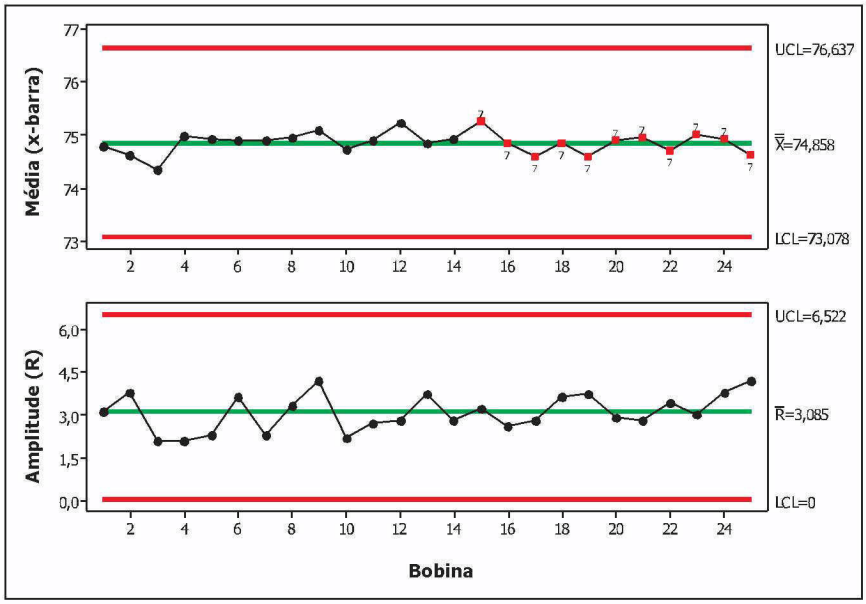

Figura 1: Gráficos de Controle para Médias e Amplitudes de Gramaturas

Empregando esses resultados nas fórmulas (3) e (5) e lembrando que, neste caso, se tem n = 5, resultam os gráficos de controle da Figura 1.

O gráfico de controle da média indica a presença de uma causa especial de variação: estratificação. Em outras palavras, o gráfico aponta um problema aparentemente curioso, que é o de falta de variação no processo. Quando a estratificação surge, normalmente sua causa está ou na forma em que as amostras foram coletadas ou, então, como foram empregadas no cálculo dos limites de controle. No caso específico, os gráficos foram montados sem analisar que tipo de variação está sendo apontada em cada um deles.

O gráfico da amplitude (R) sempre apresenta uma variação denominada *dentro da amostra*, ou seja, na presente situação, a variação da gramatura na direção transversal à da máquina, já que os cinco corpos de prova são assim obtidos. Por outro lado, o gráfico da média (x-barra) mostra outro tipo de variação, chamada de *entre amostras*, isto é, a variação da gramatura na direção da máquina.

Sabe-se, pela prática de controle deste processo, que as variações na direção transversal da máquina são de natureza totalmente distinta das variações na direção da máquina. Conseqüentemente, pode-se dizer que o uso da variação na direção transversal à máquina (representada aqui por R-barra) para estabelecer o quanto o processo pode variar na direção da máquina (x-barra) está totalmente equivocado.

O GRÁFICO DE CONTROLE 3-D

Num gráfico convencional para variáveis, o valor de R-barra determina a distância em que os limites de controle ficam com relação à linha média no gráfico x-barra. Em outras palavras, a variação dentro da amostra determina o quanto de diferença pode existir na variação entre amostra, antes que esta seja considerada estatisticamente significativa.

Contudo, há situações em que a variação dentro da amostra não serve de boa base para o estabelecimento dos limites de controle de x-barra. Casos em que isso ocorre:

• fabricação de lotes em bateladas, em que as diferenças entre lotes são acentuadas em virtude da variação inerente das matérias-primas e não há possibilidade de redução;

• fabricação de produtos contínuos (máquina de papel, por exemplo), em que a variação transversal à máquina não é uma base adequada para estabelecer a faixa de variação longitudinal à máquina, em virtude de suas naturezas totalmente opostas.

Os gráficos de controle 3-D (três dimensões) são, na verdade, uma combinação dos gráficos da média e amplitude (x-barra e R) com os gráficos para valores individuais e amplitudes móveis (x-Rm), conforme Ramos (2000), de forma que possibilitam o controle de mais de dois tipos de variação simultaneamente.

O gráfico R irá monitorar a variação dentro da amostra. Conseqüentemente:

$$LSC_R = D_4 . \overline{R}$$
$$LM_R = \overline{R} \qquad (7)$$
$$LIC_R = D_3 . \overline{R}$$

O gráfico Rm, por sua vez, servirá de base para estabelecer a distância dos limites de controle à linha média, no gráfico x-barra. Portanto:

$$LSC_{Rm} = D_4 . \overline{Rm}$$
$$LM_{Rm} = \overline{Rm} \qquad (8)$$
$$LIC_{Rm} = D_3 . \overline{Rm}$$

Finalmente, o gráfico x-barra será calculado através das fórmulas:

$$LSC_{\bar{x}} = \overline{\overline{x}} + E_2 . \overline{Rm}$$
$$LM_{\bar{x}} = \overline{\overline{x}} \qquad (9)$$
$$LIC_{\bar{x}} = \overline{\overline{x}} - E_2 . \overline{Rm}$$

O ESTUDO DE CASO CURIOSO REVISITADO

Como é importante o controle da variação tanto na direção transversal como na longitudinal da máqui-

Tabela 2: Valores da Gramatura de 25 Bobinas

Bobina	Valores					Média	Amplitude	Amplitude Móvel
1	73,9	74,6	76,4	75,8	73,3	74,8	3,1	-
2	73,0	75,0	76,8	75,3	73,0	74,6	3,8	0,2
3	74,1	74,5	75,4	74,5	73,3	74,4	2,1	0,3
4	74,6	74,4	76,0	76,0	73,9	75,0	2,1	0,6
5	74,1	75,6	75,6	75,8	73,5	74,9	2,3	0,1
6	73,7	75,1	77,0	75,3	73,4	74,9	3,6	0,0
7	74,1	74,9	76,1	75,6	73,8	74,9	2,3	0,0
8	74,0	74,9	76,2	76,5	73,2	75,0	3,3	0,1
9	74,2	75,4	77,4	75,3	73,2	75,1	4,2	0,1
10	74,1	74,7	75,7	75,7	73,5	74,7	2,2	0,4
11	74,2	75,9	75,8	75,4	73,2	74,9	2,7	0,2
12	73,7	75,6	76,5	76,1	74,2	75,2	2,8	0,3
13	73,2	75,6	75,7	76,7	73,0	74,8	3,7	0,4
14	73,3	76,1	75,9	76,0	73,3	74,9	2,8	0,1
15	74,3	75,0	77,0	76,2	73,8	75,3	3,2	0,3
16	73,8	74,8	76,3	75,6	73,7	74,8	2,6	0,4
17	74,3	74,7	75,4	75,7	72,9	74,6	2,8	0,2
18	74,2	74,9	76,5	75,7	72,9	74,8	3,6	0,2
19	72,9	74,6	75,6	76,6	73,3	74,6	3,7	0,2
20	74,8	75,1	75,7	75,9	73,0	74,9	2,9	0,3
21	74,1	74,6	76,3	76,3	73,5	75,0	2,8	0,1
22	73,7	74,7	75,3	76,6	73,2	74,7	3,4	0,3
23	74,2	75,7	75,2	76,5	73,5	75,0	3,0	0,3
24	73,5	75,7	76,3	76,5	72,7	74,9	3,8	0,1
25	73,3	74,3	77,1	75,5	72,9	74,6	4,2	0,3

na, o gráfico 3-D é uma opção sensata. Os mesmos dados da Tabela 1 estão reapresentados na Tabela 2. Contudo, uma nova coluna, a da amplitude móvel de valores tomados dois a dois (o módulo do maior menos o menor valor), foi adicionada.

Com os resultados desta última tabela obtém-se :

$$\overline{Rm} = \frac{\sum_{i=2}^{25} Rm_1}{24} = 0,23$$

Os demais valores da média geral e amplitude média permanecem inalterados. Os limites de controle para o gráfico Rm são:

$$LSC_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} + E_2 . \overline{Rm} = 74,9 + 2,660 * 0,23 = 75,5$$

$$LM_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} = 74,9$$

$$LIC_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} - E_2 . \overline{Rm} = 74,9 - 2,660 * 0,23 = 74,3$$

Os gráficos 3-D estão fornecidos na Figura 2. Pela análise dos gráficos de

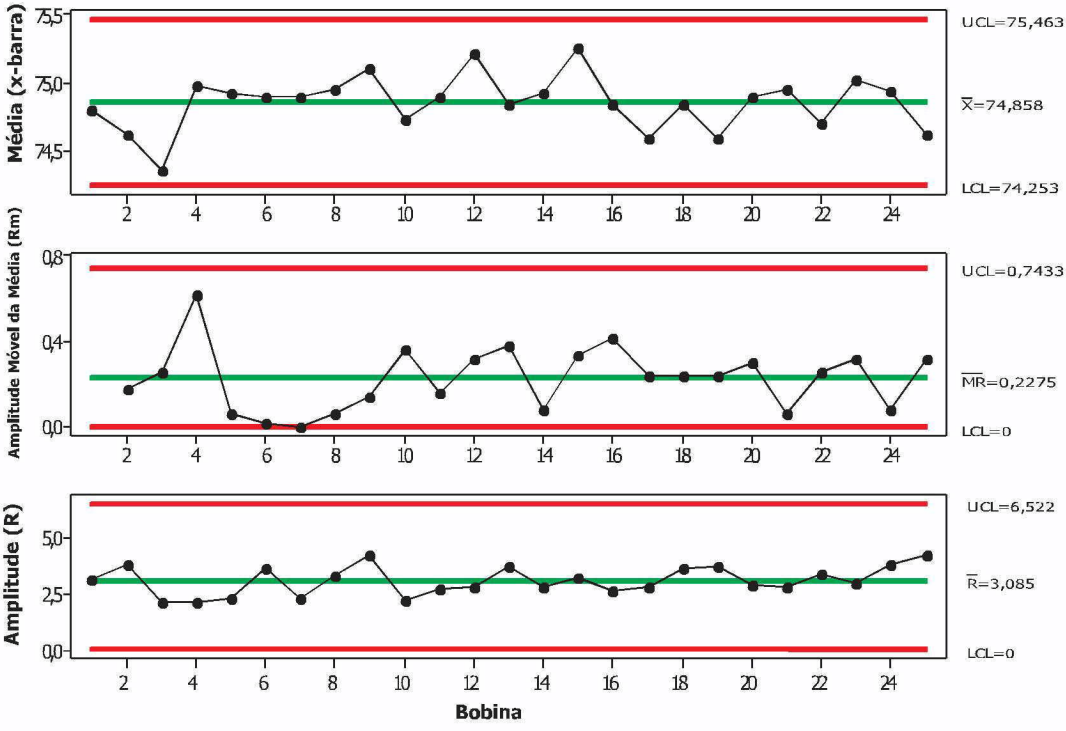

Figura 2 - Gráficos 3-D

Anexo A - Fatores para cálculo de limites de controle

n	A_2	A_3	E_2	B_3	B_4
2	1,880	2,695	2,660	-	3,267
3	1,023	1,954	1,772	-	2,568
4	0,729	1,628	1,457	-	2,266
5	0,577	1,427	1,290	-	2,089
6	0,483	1,287	1,184	0,030	1,970
7	0,419	1,182	1,109	0,118	1,882
8	0,373	1,099	1,054	0,185	1,815
9	0,337	1,032	1,010	0,239	1,761
10	0,308	0,975	0,975	0,284	1,716

n	D_3	D_4	D	c_4	d_2
2	-	3,267	0,709	0,798	1,128
3	-	2,574	0,524	0,886	1,693
4	-	2,282	0,446	0,921	2,059
5	-	2,114	0,403	0,940	2,326
6	-	2,004	0,375	0,952	2,534
7	0,076	1,924	0,353	0,959	2,704
8	0,136	1,864	0,338	0,965	2,847
9	0,184	1,816	0,325	0,969	2,970
10	0,223	1,777	0,314	0,973	3,078

Fonte: MONTGOMERY, D.C. Introduction to statistical quality control. 3 ed. New York, John Wiley, 1996.

controle, pode-se perceber que o processo é estável (não há presença de causas especiais de variação).

CONCLUSÕES

Embora normalmente não apresentada nos livros sobre ferramentas tradicionais da qualidade, esta técnica é extremamente importante na indústria de papel e celulose, tal como na máquina de papel. Mesmo em softwares estatísticos de vanguarda, este gráfico de controle não é facilmente encontrado ou, então, é apresentado com outro nome.

Uma ferramenta mal selecionada pode causar diversos problemas no controle e aprimoramento da qualidade. Assim, o uso de gráficos de controle convencionais da média e amplitude (x-barra e R) irá conduzir a conclusões erradas. O gráfico de controle 3-D é uma solução adequada.

BIBLIOGRAFIA

BURR, J.T. The effects of non-normality on constants for x-bar and R charts. Industrial Quality Control, Milwaukee, v.23, p.563-9, 1967.

MONTGOMERY, D.C. Introduction to statistical quality control. 3 ed. New York, Wiley, 1996

RAMOS; A. W. CEP para processo contínuo e em bateladas. São Paulo, Edgard Blücher, 2000.

_____. CEP para pequenos lotes. São Paulo, Edgard Blücher, 1995.

SCHILLING, E.G.; NELSON, P.R. The effect of nonnormality on the control limits of x-bar charts. Journal of Quality Technology, Milwaukee, v.8, 1976.

SHEWHART, W.A. Economic control of quality of manufactured product. Milwaukee, ASQC Quality Press, 1989.

WHEELER, D.J. Advanced topics in statistical process control. Knoxville, SPC, 1996.

Alberto Ramos é Engenheiro, Mestre e Doutor em Engenharia de Produção pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (EPUSP). É também professor desta mesma instituição e da Fundação Vanzolini, onde lidera o Grupo de Especialistas em Metodologia 6 Sigma. Contatos: awramos@usp.br